学校
班级
姓名
准考证号

密封角

（装订线内不要答题）

2025-2026 学年度第一学期期末质量检测

九年级数学

2026.01

（本试卷共 23 道题　满分 120 分　考试时长 120 分钟）

考生注意：所有试题必须在答题卡指定区域内作答，在本试卷上作答无效.

参考公式：抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点坐标是 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ \dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$

第一部分　选择题（共 30 分）

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．中国的航天技术已达到世界先进水平，为世界科技进步贡献了中国智慧．下列中国航天图标中是中心对称图形的是


A.

B.

C.

D.

2．在下列事件中，必然事件是

A．掷一次骰子，向上一面的点数是 3　　B．篮球队员在罚球线上投篮一次，未投中

C．经过有交通信号灯的路口，遇到红灯　D．任意画一个三角形，其内角和是 $180°$

3．一个不透明的袋子中仅有 3 个红球，2 个黄球和 1 个白球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机摸出一个球，摸出的球是白球的概率是

A．$\dfrac{1}{6}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{5}{6}$

（第 4 题）

4．如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$．若 $AB=13$，$BC=5$，则 $\sin A$ 的值为

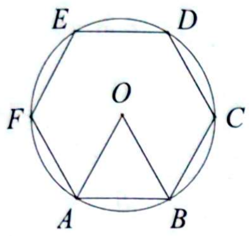
A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{1}{12}$　　C．$\dfrac{5}{12}$　　D．$\dfrac{5}{13}$

5．抛物线 $y=-(x-3)^2+4$ 的顶点坐标是

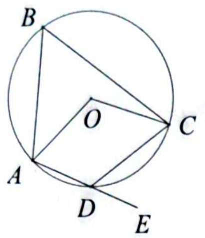
A．（3，4）　　B．（-3，4）　　C．（-3，-4）　　D．（3，-4）

6. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O，$AB=1$，则 OA 的长为

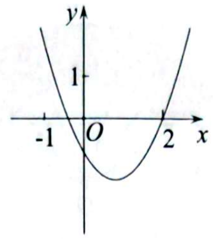
A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$



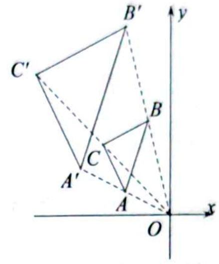
(第 6 题)



(第 8 题)



(第 9 题)



(第 10 题)

7. 某学习小组抛掷一枚质地不均匀的棋子，为了估计“正面朝上”的概率，将同学们获得的试验数据整理如表：

抛掷次数 n	20	60	100	120	140	160	500	1000	2000	5000
“正面朝上”的次数 m	12	38	58	62	75	88	275	550	1100	2750
“正面朝上”的频率$\frac{m}{n}$	0.60	0.63	0.58	0.52	0.54	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55

则抛掷这枚棋子出现“正面朝上”的概率约为

A. 0.52　　B. 0.55　　C. 0.58　　D. 0.63

8. 如图，已知四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，E 为 AD 延长线上一点，$\angle AOC=118°$，则 $\angle CDE$ 的度数为

A. 69°　　B. 59°　　C. 54°　　D. 52°

9. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图所示，则下列结论正确的是

A. $abc<0$　　B. $b^2-4ac<0$　　C. $4a+2b+c=0$　　D. $a-b+c<0$

10. 如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是位似图形，位似中心为点 O. 若点 A（－2，1）的对应点为 A'（－4，2），则点 B（－1，4）的对应点 B' 的坐标为

A. （－2，12）　　B. （－2，8）　　C. （－2，6）　　D. （－4，8）

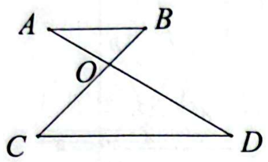
第二部分　非选择题（共 90 分）

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

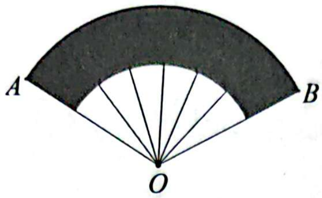
11. 计算 $\sin45°+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的值为________．

12．抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 2 个单位所得的抛物线解析式为__________．

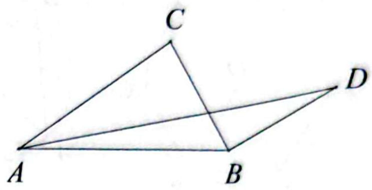
13．如图，$AB /\!/ CD$，AD 与 BC 相交于点 O，且△AOB 与△DOC 的面积比是 1：4，若 $AB=8$，则 CD 的长为 __________．



(第 13 题)



(第 14 题)



(第 15 题)

14．如图，在扇形纸扇中，若 $\angle AOB=120°$，$OA=12$，则 $\overset{\frown}{AB}$ 的长为__________．

15．如图，△ABC 中，$BC=2$，$\angle ABC=60°$，$AB=2\sqrt{3}$，将 BC 边绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BD，连接 AD，则 AD 的长为__________．

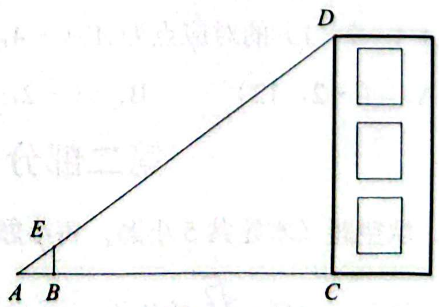
三、解答题（本题共 8 小题，共 75 分．解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

16．（10分）

一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，2，3，4，随机摸取一个小球然后放回，再随机摸出一个小球，用列表或树状图的方法求两次取出的小球的标号相同的概率.

17．（8分）

利用标杆 BE 测量建筑物的高度. 如果标杆 BE 高 1.2 m，测得 AB=1.6 m，BC=12.4 m，求楼高 CD.

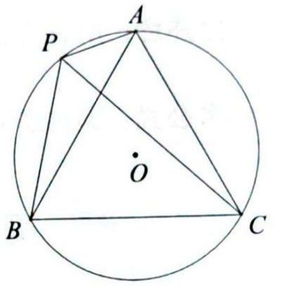


（第 17 题）

18．（8分）

如图，点 A，P，B，C 在⊙O 上，$\angle ACB=60^{\circ}$，PC 平分 $\angle APB$.

求证：$\triangle ABC$ 是等边三角形.

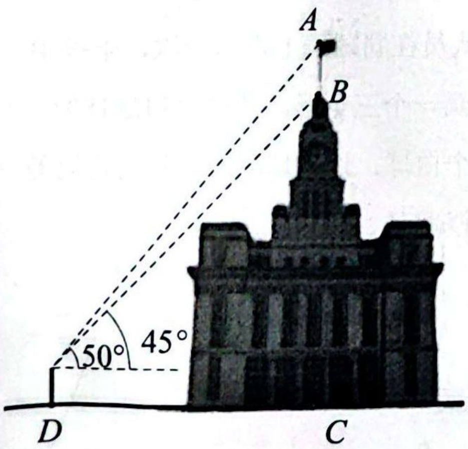


（第 18 题）

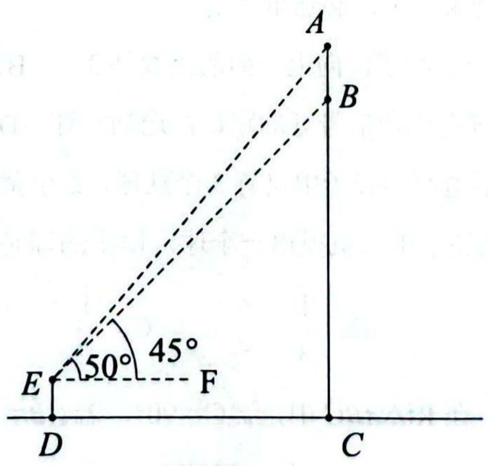
19．（8分）

在综合与实践活动中，某学习小组计划测量某建筑物上旗杆 AB 的高度（如图 1）．他们设计了如下方案：如图 2，从与 BC 相距 40 m 的 DE 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 50°，观测旗杆底部 B 的仰角为 45°，求旗杆的高度（结果保留小数点后一位）．

（参考数据：$\sin50^{\circ}\approx0.77$，$\cos50^{\circ}\approx0.64$，$\tan50^{\circ}\approx1.19$）



（图 1）

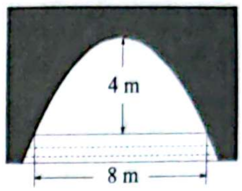
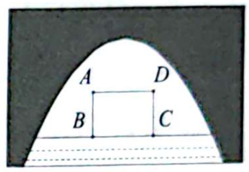
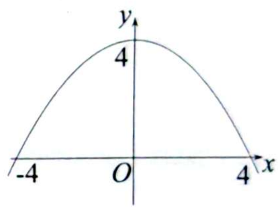


（图 2）

(装订线内不要答题)

20．（8分）

某数学兴趣小组在公园内开展综合与实践活动，根据以下素材，完成探究任务.

问题背景	公园内有一抛物线型拱桥，某校九年级数学兴趣小组对该拱桥开展了探究活动.	 图 1  图 2  图 3
素材 1	如图 1，兴趣小组测得，在正常水位时拱顶离水面 4 m，水面宽 8 m.	
素材 2	公园投放游船供游客乘坐，图 2 是游船满载过桥洞时的横截面示意图，露出水面的船身为矩形 $ABCD$，已知 $BC=2$ m，$AB=1.5$ m.	
素材 3	以正常水位时的水面线为 x 轴，以抛物线对称轴为 y 轴，建立如图 3 平面直角坐标系.	

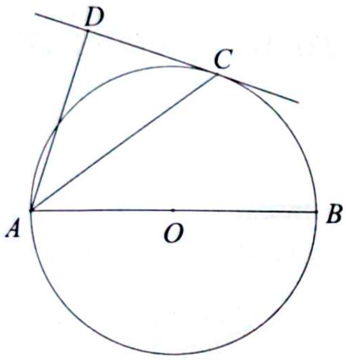
问题解决	
任务 1	求抛物线的函数解析式.
任务 2	兴趣小组了解到，到了雨季水位会上涨，当水面比正常水位上升 3 m 时，水面宽度减少多少？
任务 3	当水面比正常水位至少上升多少米时，游船满载不能从桥洞通过？

21．（8分）

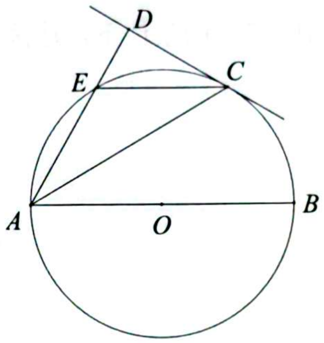
如图1，AB是$\odot O$的直径，C为$\odot O$上一点，AD和过点C的切线互相垂直，垂足为D. AD交圆于点E.

（1）求证：AC平分$\angle DAB$；

（2）如图2，连接EC，若$EC \parallel AB$，$DE=4$，求$\odot O$半径长.



（图1）



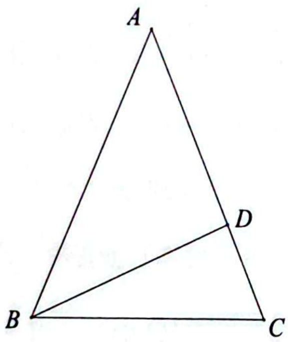
（图2）

22．（12分）

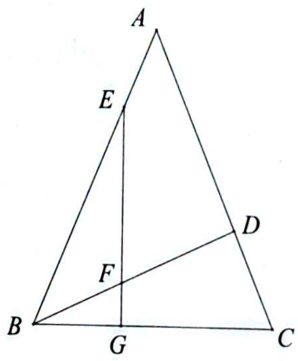
（1）如图1，$AB=AC$，$BD\perp AC$于点D，求证：$\angle A=2\angle DBC$；

（2）如图2，将图1中线段BD绕点B逆时针旋转，得到线段BE，当点E在线段AB上时，过点E作$EG\perp BC$于点G，交线段BD于点F，猜想DC与BF的数量关系，并证明；

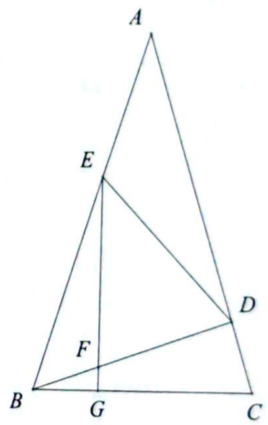
（3）如图3，在（2）的条件下，连接DE，若$\tan A=\dfrac{3}{4}$，$FG=1$，求$\triangle DEF$的面积.



（图1）



（图2）



（图3）

23．（13分）

在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于 C 点，其中 A（3，0），B（-1，0）．点 F 为抛物线上任意一点，连接 OF，点 F 的横坐标为 m.

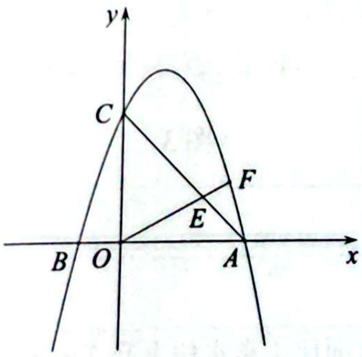
（1）求 b，c 的值；

（2）如图1，若点 F 在第一象限，OF 与线段 AC 交于点 E，若 $\dfrac{EF}{OE}=\dfrac{1}{3}$，求 m 的值；

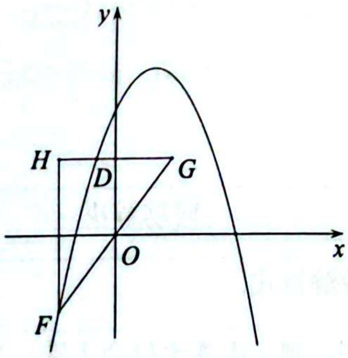
（3）延长 FO 至点 G，使 $OG=OF$，当点 F 不在坐标轴上时，过点 F，点 G 分别作 x 轴，y 轴的垂线交于点 H.

①如图2，当线段 GH 与抛物线只有一个交点时，设交点为 D，若 $DG=2DH$，求 m 的值；

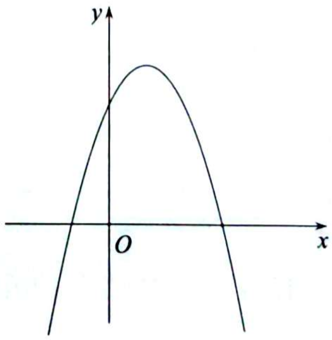
②当抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 在△FGH 内部的点的纵坐标 y 随 x 的增大而增大时，直接写出 m 的取值范围．



（图1）



（图2）



（备用图）

（装订线内不要答题）

九年级期末质量检测

数学答案

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．C.　2．D.　3．A.　4．D.　5．A.　6．C.　7．B.　8．B.　9．C.　10．B.

第二部分　非选择题（共 90 分）

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11．$\sqrt{2}$．　12．$y=2x^2-2$．　13．16.　14．8π．　15．$2\sqrt{7}$．

三、解答题（本题共 8 小题，共 75 分．解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

16．（本小题 10 分）

第一次 \ 第二次	1	2	3	4
1	（1,1）	（2,1）	（3,1）	（4,1）
2	（1,2）	（2,2）	（3,2）	（4,2）
3	（1,3）	（2,3）	（3,3）	（4,3）
4	（1,4）	（2,4）	（3,4）	（4,4）

-------------------------------7 分

由表可以看出，两次模拟可能出现的结果有 16 种，并且它们出现的可能性相等。两次取出小球的标号相同的结果有 4 种，即（1，1），（2，2），（3，3），（4，4），---8 分

$\therefore P_{(\text{标号相同})}=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4}$． -----------------------10 分

17．（本小题 8 分）

解：由题意

$BE \perp AB$，$CD \perp AC$．

$AC=AB+BC$

$=14$．　　　　　--1 分

$\therefore \angle ABE=\angle ACD=90^{\circ}$．------------------------2 分

$\because \angle A=\angle A$，

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle ACD$．　　--------------------------5 分

$\therefore \dfrac{BE}{CD}=\dfrac{AB}{AC}$．------------------------6 分

$\therefore \dfrac{1.2}{CD}=\dfrac{1.6}{14}$．

$\therefore CD=10.5$（m）．　-----------------------7 分

∴ 楼高为 10.5 m ．-------------------------------8 分

18．（本小题 8 分）

$\because \angle APC=\angle ABC$，

$\angle BPC=\angle BAC$，

$\angle BPC=\angle APC$，

$\therefore \angle ABC=\angle BAC$．　-----------------------------4 分

$\therefore AC=BC$．---------------------------------------6 分

$\because \angle ACB=60^{\circ}$，

∴$\triangle ABC$ 是等边三角形．----------------------8 分

19．（本小题 8 分）

延长 EF 交 AC 于点 H，

∵四边形 $DECH$ 是矩形，

$\therefore CD=EH=40$．　　---------------------------2 分

∵ 在 Rt$\triangle EHB$ 中，

$\tan \angle BEH=\dfrac{BH}{EH}$．-----------------------------3 分

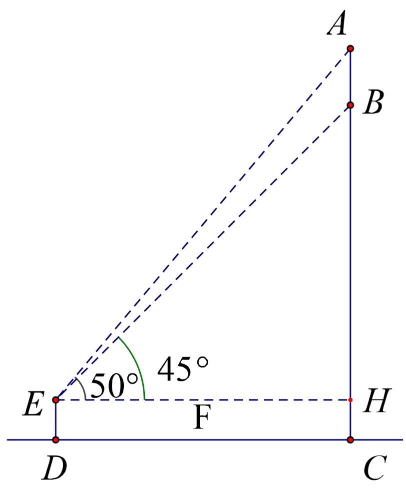
$\therefore BH=EH \cdot \tan \angle BEH$．

$=40\cdot\tan 45°$

=40．----------------------------4 分

∵在 Rt△EHA 中，

$\tan\angle AEH=\dfrac{AH}{EH}$． ------------------------------5 分



∴ $AH=EH\cdot\tan\angle AEH$

$=40\cdot\tan 50°$

$\approx 40\times 1.19$

=47.6．---------------------------6 分

∴$AB=AH-BH$

=47.6-40

=7.6 (m) ． -----------------------7 分

∴旗杆高约 7.6 m-．-------------------------------8 分

20．（本小题 8 分）

任务 1：由题意抛物线过点（0，4），（-4，0），（4，0），

∴设 $y=ax^2+4$．

∴ $0=16a+4$．

∴ $a=-\dfrac{1}{4}$． -------------1 分

∴ $y=-\dfrac{1}{4}x^2+4$． ---------------------2 分

任务 2：当 y=3 时，

∴ $-\dfrac{1}{4}x^2+4=3$． ---------------------------3 分

∴ $x^2=4$．

∴ $x_1=2$，$x_2=-2$． --------------------4 分

∵ $8-2\times 2=4$，

∴水面宽度较少 4m．--------------------5 分

任务 3：由题意，当游船满载时，顶部 A，D 刚好在抛物线时，游船不能在桥下通过.

此时，点 D 的横坐标为 1，---------------6 分

当 x=1 时，$y=-\frac{1}{4}\times 1^2+4$

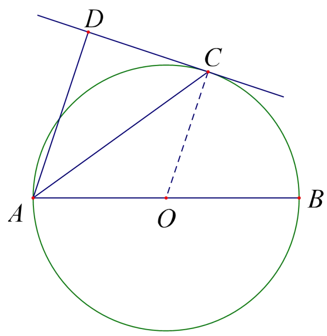
=3.75．-----------------7 分

∵3.75-1.5=2.25 （米）．

∴水面比正常水面至少上升 2.25 米，游船满载不能从桥洞通过. ------8 分

21．（本小题 8 分）

（1）连接 OC，



∵CD 切⊙O 于点 C，

∴$OC\perp CD$.

∴$\angle OCD$=90°． -------------1 分

∵$AD\perp CD$，

∴$\angle ADC$=90°．

∴$\angle ADC+\angle OCD$ =180°．

∴$OC\parallel AD$． -------------------------2 分

∴$\angle CAD=\angle OCA$．

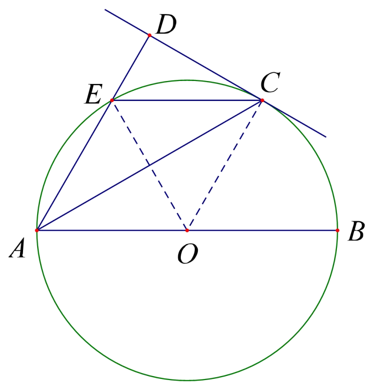
∴$OA=OC$．

∴$\angle OAC=\angle OCA$ ． -----------------------3 分

∴$\angle CAD=\angle OAC$．------------------------4 分

即 AC 平分$\angle BAD$．

（2）连接 OC，OE，



由（1）知 $OC\parallel AD$，

∵$EC\parallel AB$，

∴四边形 $OACE$ 是平行四边形.

又∵$OA=OC$，

∴▱$OAEC$ 是菱形 ． ----------------5 分

∴$OA=OC=EC=AE$.

∴ $OE=OC=EC$.

∴△OEC 是等边三角形.

∴$\angle OEC$=60º． ---------------6 分

同理$\angle OEA$=60º．

∴$\angle DEC$=60º． -------------------- 7 分

∵在 Rt△DEC 中

$$\cos\angle DEC=\frac{DE}{EC},$$

$$\therefore EC=\frac{DE}{\cos\angle DEC}$$

$$=\frac{4}{\cos 60°}$$

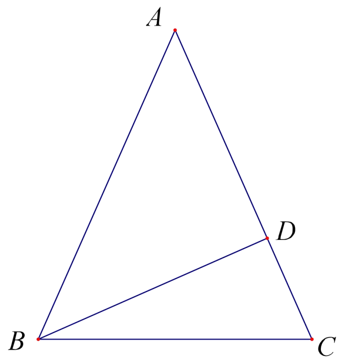
$$=\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$=\frac{8}{3}\sqrt{3}$． -------------------------------8 分

∴$CO=EC=\frac{8}{3}\sqrt{3}$．

即⊙O 的半径为$\frac{8}{3}\sqrt{3}$．

22．（本小题 12 分）



（图 1）

（1）证明：设$\angle A=2\alpha$，

∵$AB=AC$，

∴$\angle ABC=\angle ACB$．

∵$\angle ABC+\angle ACB+\angle A$=180º，

∴$\angle ABC=\angle ACB$=90º-α． --------------1 分

∵$BD\perp AC$，

∴$\angle BDC$=90º．

∴$\angle ACB+\angle DBC$=90º．

∴$\angle DBC$=α． -----------------------------2 分

∴$\angle A=2\angle DBC$． -----------------------------3 分

(2) $DC=BF$.

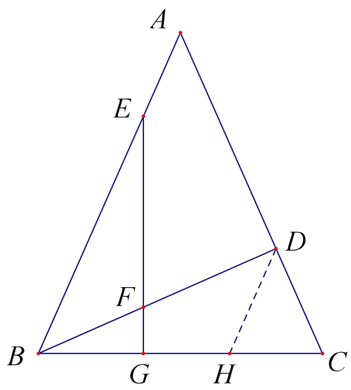
在 BC 上取点 H，使 $BH=EF$，连接 DH，

∵$EG\perp BC$，

∴$\angle BGF=90^\circ$.

∴$\angle ABC+\angle BEF=90^\circ$.

∴$\angle BEF=\alpha$.



∴$\angle BEF=\angle HBD$. -------------------------4 分

∵$BE=BD$，

∴$\triangle BEF\cong\triangle DBH$.

∴$BF=DH$，-------------------------------------5 分

$\angle BFE=\angle BHD$.

∵$\angle BFE=\angle BGF+\angle FBG$

$=90^\circ+\alpha$，

∴$\angle BHD=90^\circ+\alpha$.

∴$\angle CHD=90^\circ-\alpha$.

∴$\angle CHD=\angle C$.

∴$DH=DC$. ----------------------6 分

∴$BF=DC$. ------------------------7 分（此问方法较多，备课组自行赋分）

（3）过点 D 作 $DM\perp EF$ 于点 M，

∴$\angle DMF=90^\circ$.

∵在 Rt$\triangle ADB$ 中

$\tan a=\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{3}{4}$，-----------------8 分

∴设 $BD=3t$，$AD=4t$.

∴在 Rt$\triangle ADB$ 中

由勾股定理得 $AB=5t$.

∵$AB=AC$，

∴$CD=5t-4t$.

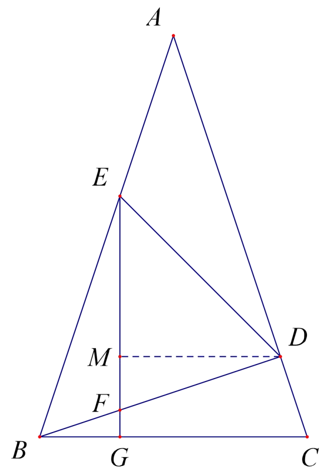
$=t$

∴$BF=t$.

∵$BD=BE=3t$.

∴$\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{1}{3}$,

$\dfrac{BF}{DF}=\dfrac{1}{2}$.



∵$\angle GBF=\angle BEG$,

$\angle BGF=\angle EGB$,

∴$\triangle BGF\backsim\triangle EGB$.

∴$\dfrac{FG}{BG}=\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{BG}{EG}$.

∴$\dfrac{1}{BG}=\dfrac{1}{3}=\dfrac{BG}{EG}$.

∴$BG=3$．-----------------9 分

∴$EG=9$.

∴$EF=8$．-------------------------------10 分

∵$\angle BGF=\angle DMF=90^{\circ}$,

∴$BG\,/\!/\,DM$.

∴$\triangle BFG\backsim\triangle DMF$.

∴$\dfrac{BG}{DM}=\dfrac{BF}{DF}=\dfrac{1}{2}$.

∴$DM=6$．------------------11 分

$S_{\triangle DEF}=\dfrac{1}{2}EF\cdot DM$

$=24$．------------------12 分（此问方法较多，备课组自行赋分）

23．（本小题 13 分）

（1）∵过点 A（3，0），B（-1，0），

∴$\begin{cases}0=-9+3b+c\\0=-1-b+c\end{cases}$.

$\therefore$解得$\begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}$． -----------1 分

（2）过点 F 作 $FP // y$ 轴交 AC 于点 P，

$\therefore \triangle EFP \backsim \triangle EOC$.

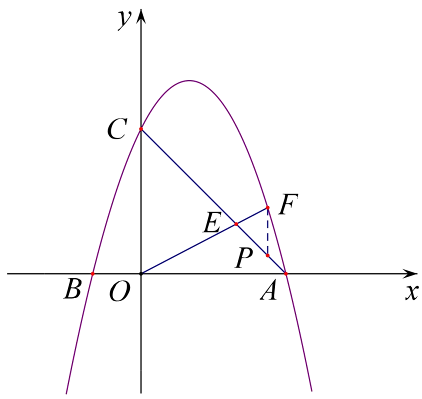
$\therefore \dfrac{FP}{OC}=\dfrac{EF}{OE}=\dfrac{1}{3}$.

$\therefore OC=3PF$-. ------------------------2 分

$\because A$（3，0），C（0，3），

$\therefore$直线 AC 解析式为 $y=-x+3$.

$\because FP // y$ 轴，



F（m，$-m^2+2m+3$），

$\therefore P$（m，$-m+3$）.

$\therefore FP=$. $-m^2+3m$ ------------------------3 分

$\therefore 3=3(-m^2+3m)$.

$\therefore m^2-3m+1=0$.

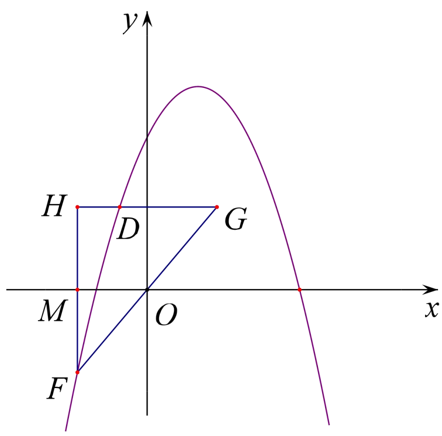
$\therefore m_1=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$，$m_2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$. ---------------4 分

（3）① 如图 设 FH 交 x 轴于点 M，

$\because GH // x$ 轴，

$\therefore \triangle FMO \backsim \triangle FHG$.

$\therefore \dfrac{OM}{GH}=\dfrac{FM}{FH}=\dfrac{FO}{FG}$.



$\because FO=OG=\dfrac{1}{2}FG$，

F（m，$-m^2+2m+3$），

$\therefore GH=2OM=-2m$，

$FM=HM=m^2-2m-3$.

$\therefore H$（m，m^2-2m-3）. --------------------5 分

$\because DG=2DH$，

$\therefore DH=\frac{1}{3}GH=-\frac{2}{3}m$.

$\therefore D$（$\frac{1}{3}m$，m^2-2m-3）. -----------------6 分

$\therefore m^2-2m-3=-\frac{1}{9}m^2+\frac{2}{3}m+3$.

$\therefore 5m^2-12m-27=0$.

$\therefore m_1=\frac{6+3\sqrt{19}}{5}$（舍），$m_2=\frac{6-3\sqrt{19}}{5}$.

$\therefore m=\frac{6-3\sqrt{19}}{5}$. -------------7 分

② $m\le -3$ 或 $-\sqrt{3}\le m<-1$ 或 $\sqrt{3}\le m<3$.（每个答案 2 分）--------------13 分