

九年级数学试卷

(本试卷共 23 小题 满分 120 分 考试时长 120 分钟)

考生注意：所有试题必须在答题卡指定区域作答，在本试卷上作答无效

第一部分 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 绿色环保，人人参与。下列环保标志中，是中心对称图形的是



A



B



C

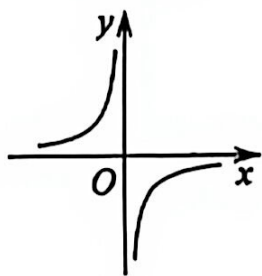


D

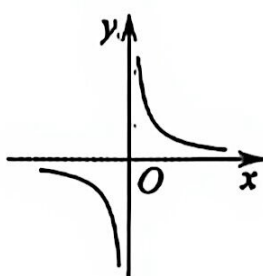
2. 下列事件是必然事件的是

- A. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯
- B. 射击运动员射击一次，命中靶心
- C. 任意画一个三角形，其内角和是 360°
- D. 明天太阳从东方升起

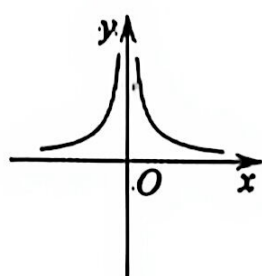
3. 函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象大致是



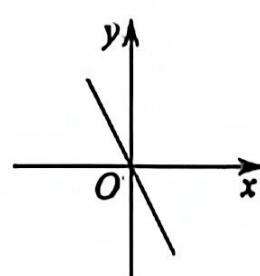
A



B



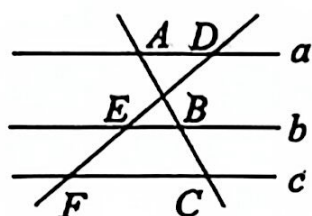
C



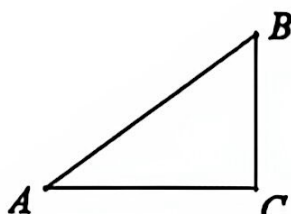
D

4. 如图，直线 $a \parallel b \parallel c$ ， $AB = 3$ ， $BC = 2$ ， $DE = 4$ ，则 EF 的长为

- A. 6
- B. $\frac{8}{3}$
- C. 4
- D. 8



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, $AC=8$, 则 $\cos A$ 的值等于

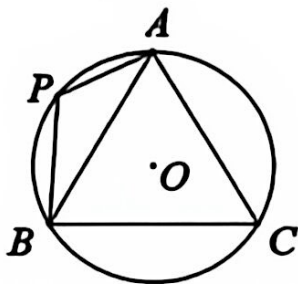
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

6. 已知抛物线 $y=-(x-3)^2+\frac{1}{2}$, 下列说法正确的是

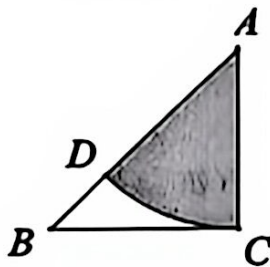
- A. 开口向上 B. 对称轴是直线 $x=-3$
C. 顶点坐标为 $(3, \frac{1}{2})$ D. 当 $x<-3$ 时, y 随 x 的增大而减小

7. 如图, 等边三角形 ABC 内接于 $\odot O$, 点 P 是 \widehat{AB} 上一点, 则 $\angle APB$ 等于

- A. 120° B. 100° C. 90° D. 60°



(第7题)



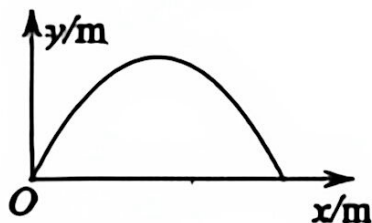
(第8题)

8. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC=2$. 以 A 为圆心 AC 长为半径画圆, 交 AB 于点 D , 则阴影部分面积是 公众号“做中学学中做”

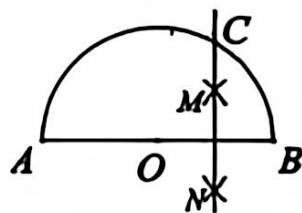
- A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

9. 某广场有一喷水池, 水从地面喷出, 以水平地面为 x 轴, 出水口为原点, 建立如图所示的平面直角坐标系, 水柱在空中运行路线是抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$ (单位: m) 的一部分, 则水喷出的最远水平距离是

- A. 1 m B. 2 m C. 3 m D. 4 m



(第9题)



(第10题)

10. 如图, 线段 AB 是半圆 O 的直径, 分别以点 B 和点 O 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}OB$ 的长为半径作弧, 两弧交于 M, N 两点, 作直线 MN , 交半圆 O 于点 C , 若 $AB=6$, 则 \widehat{BC} 的长是

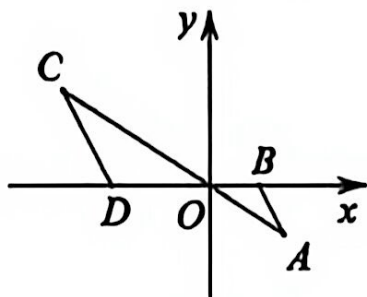
- A. π B. 2π C. 3π D. 6π

第二部分 非选择题 (共 90 分)

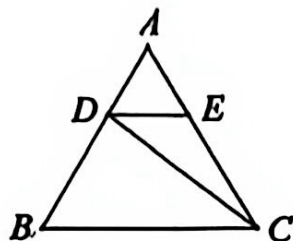
二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 若将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位长度, 则平移后抛物线的表达式为

12. 反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图象在每个象限内的函数值 y 随 x 的增大而减小, 请写出一个符合条件的 m 的整数值是_____.
13. 要用圆形铁片截出一个边长为 2 的正方形铁片, 选用的圆形铁片的半径至少是_____.
14. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 是以点 O 为位似中心的位似图形, 已知点 $B(1, 0)$, $C(-3, 2)$, $D(-2, 0)$, 则点 A 的坐标是_____.



(第 14 题)



(第 15 题)

15. 如图, 在边长为 4 的等边 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 若 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{9}{64}$, 则 CD 的长为 _____.

三、解答题 (本题共 8 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

16. (10 分) 公众号“做中学学中做”

(1) (5 分) 计算: $\tan^2 60^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ \sin 30^\circ$;

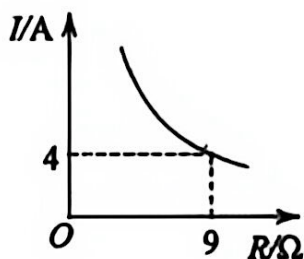
(2) (5 分) 解方程: $x^2 + 2x - 3 = 0$.

17. (8 分)

有一款蓄电池, 该蓄电池的电压为定值, 使用蓄电池时, 电流 I (单位: A) 与电阻 R (单位: Ω) 是反比例函数关系, 它的图象和几组数据如下图表所示.

R / Ω	3	4	6	8	10
I / A	a	9	6	4.5	b

- (1) 求出这个反比例函数解析式;
- (2) 直接写出上表中的 a 、 b 的值;
- (3) 如果以此蓄电池为电源的用电器限制电流不能超 10 A, 那么用电器可变电阻应控制在什么范围?



(第 17 题)

18. (8分)

某校9年1班把学生分成人数相同的A, B, C三个学习小组, 班主任张老师用电脑将每名学生进行随机分组. 甲、乙两位学生是学习上的好伙伴, 特别希望能分在同一个小组.

(1) 若甲同学想分在A小组, 则甲同学分在A组的概率是_____;

(2) 请用画树状图法或列表法中的一种方法, 求甲、乙两位同学分到同一个小组的概率 P

19. (8分)

某数学兴趣小组在校园内开展综合与实践活动, 记录如下:

活动项目	测量校园中旗杆 AB 的高度	
	“平面镜”方案	“测角仪”方案
方案示意图		
实施过程	①选取与旗杆底部 B 位于同一水平地面的 E 处; ②测量 E, B 两点间的距离; ③在 E 处水平放置一个平面镜, 沿射线 BE 方向后退至 D 处, 眼睛 C 刚好从镜中看到旗杆顶部 A ; ④测量 E, D 两点间的距离; ⑤测量 C 到地面的高度 CD .	①选取与旗杆底部 B 位于同一水平地面的 D 处; ②测量 D, B 两点间的距离; ③站在 D 处, 用测角仪测量从眼睛 C 处看旗杆顶部 A 的仰角 $\angle ACE$; ④测量 C 到地面的高度 CD . 公众号“做中学学中做”
测量数据	① $EB = 12.5 \text{ m}$; ② $ED = 1.5 \text{ m}$; ③ $CD = 1.8 \text{ m}$.	① $DB = 17.5 \text{ m}$; ② $\angle ACE = 37^\circ$; ③ $CD = 1.8 \text{ m}$.
备注	①图上所有点均在同一平面内; ② AB, CD 均与地面垂直; ③把平面镜看作一个点, 并由物理学知识可得 $\angle CED = \angle AEB$.	①图上所有点均在同一平面内; ② AB, CD 均与地面垂直; ③参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$; $\cos 37^\circ \approx 0.8$; $\tan 37^\circ \approx 0.75$.

(1) 请你根据“平面镜”方案, 直接写出旗杆 AB 的高度;

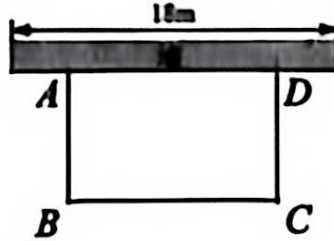
(2) 请你根据“测角仪”方案, 求出旗杆 AB 的高度 (结果保留整数).

20. (8分)

如图,用一段长为30m的篱笆围成一个一边靠墙的矩形菜园,墙长18m.设垂直于墙的边长为 x m,即 $AB=x$ m,矩形菜园 $ABCD$ 的面积为 y m^2 .

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 当 x 为何值时,矩形菜园的面积最大,并求出菜园的最大面积.



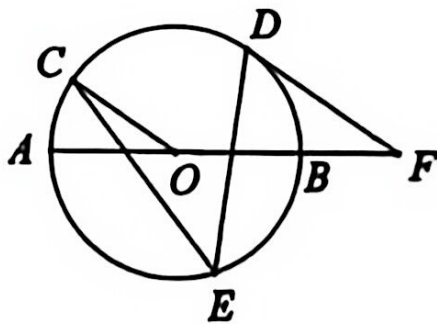
(第20题)

21. (8分)

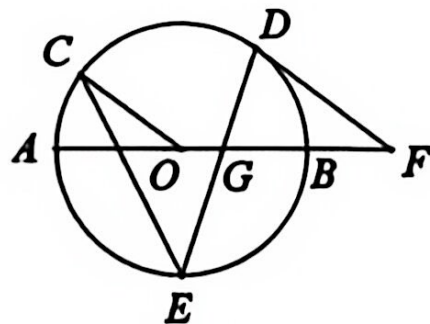
如图, AB 是 $\odot O$ 的直径,点 C, D, E 是 $\odot O$ 上三点,连接 OC, CE, DE , $\angle CED=45^\circ$,过点 D 作 $DF \parallel OC$, DF 与 AB 的延长线相交于点 F .

(1) 如图1, 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 如图2, 若 E 是 \widehat{AB} 的中点, AB 与 DE 相交于点 G , 当 $\odot O$ 半径为3, $OG=1$ 时, 求 DF 的长.



(图1)



(图2)

(第21题)

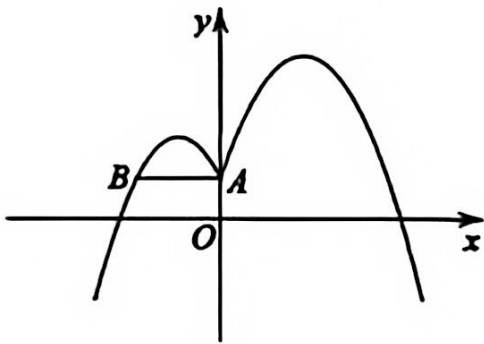
22. (12分)

如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $G_1: y = -x^2 - 2x + 1$ ($x \leq 0$) 与抛物线 $G_2: y = -\frac{3}{4}x^2 + 3x + 1$ ($x \geq 0$) 组成图象 G ，图象 G 与 y 轴交于点 A ，过点 A 作 $AB \parallel x$ 轴交抛物线 G_1 于点 B ，点 P 是图象 G 上动点，设点 P 的横坐标是 m 。

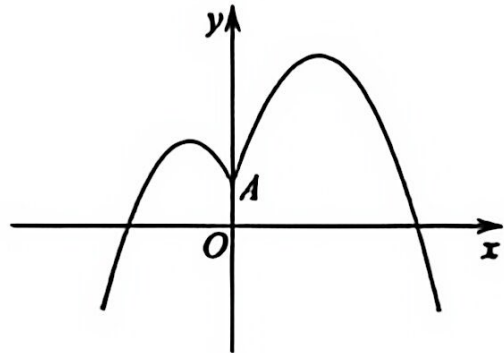
(1) 求抛物线 G_1 的顶点坐标和线段 AB 的长；

(2) 当点 P 在抛物线 G_2 上，过点 P 作 $PQ \parallel x$ 轴， PQ 与抛物线 G_2 相交于点 Q ，当以 A, B, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形时，求 m 的值；

(3) 若图象 G 位于 P, A 两点之间部分（包括 P, A 两点）的最高点与最低点纵坐标之差为 3，求 m 的取值范围。



(第 22 题)



(备用图)

23. (13分)

在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是直线 BD 上一点, 连接 AE, CE .

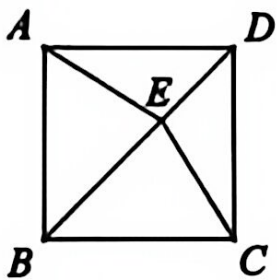
(1) 如图 1, 若四边形 $ABCD$ 为正方形, 当点 E 在线段 BD 上时, 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CDE$; /.....

(2) 如图 2, 若四边形 $ABCD$ 为菱形; 延长 AE 与 CD 边相交于点 F , 与 BC 的延长线相交于点 G , 连接 DG , 当 $DG \parallel EC$ 时, 求证: $DF=CG$;

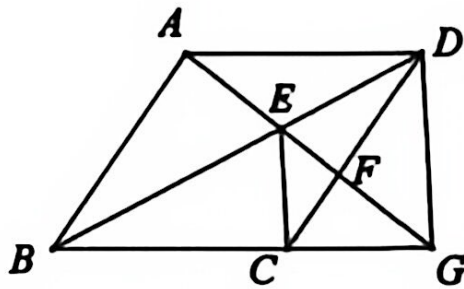
(3) 若四边形 $ABCD$ 为矩形, $AB=4, BC=6$, 过点 A 作 $AM \parallel CE$, AM 与直线 BC 相交于点 M , 与直线 BD 相交于点 N , $BC=2BM$;

①如图 3, 当 M 在 BC 边上时, 求 AE 的长;

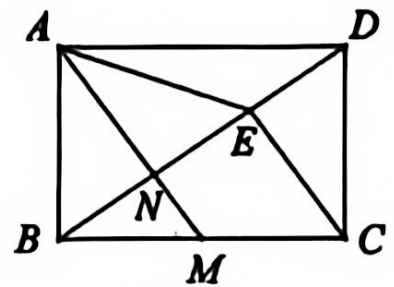
②当 M 在 CB 的延长线上时, 直接写出 AE 的长.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

(第 23 题)

九年级数学试卷答案及评分标准

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. B. 2. D. 3. A. 4. B. 5. D. 6. C. 7. A. 8. C. 9. D. 10. A.

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11. $y = x^2 + 3$. 12. 4(答案不唯一). 13. $\sqrt{2}$. 14. $(\frac{3}{2}, -1)$. 15. $\frac{7}{2}$.

三、解答题（本题共 8 小题，共 75 分。解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

16. 解：(1) 原式 $= (\sqrt{3})^2 + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}$ 3 分

$= \frac{7}{2}$ 5 分

(2) 解： $x^2 + 2x = 3$ 6 分

$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1$, 7 分

$(x + 1)^2 = 4$, 8 分

$x + 1 = \pm 2$, 9 分

$x_1 = -3, x_2 = 1$ 10 分

17. 解：(1) 电流 I 是电阻 R 的反比例函数，设 $I = \frac{k}{R}$, 1 分

\therefore 图象经过 $(9, 4)$,

$\therefore 4 = \frac{k}{9}$, 2 分

解得 $k = 4 \times 9 = 36$,

$\therefore I = \frac{36}{R}$; 3 分

(2) $a = 12, b = 3.6$ 5 分

(3) $\because I \leq 10, I = \frac{36}{R}$,

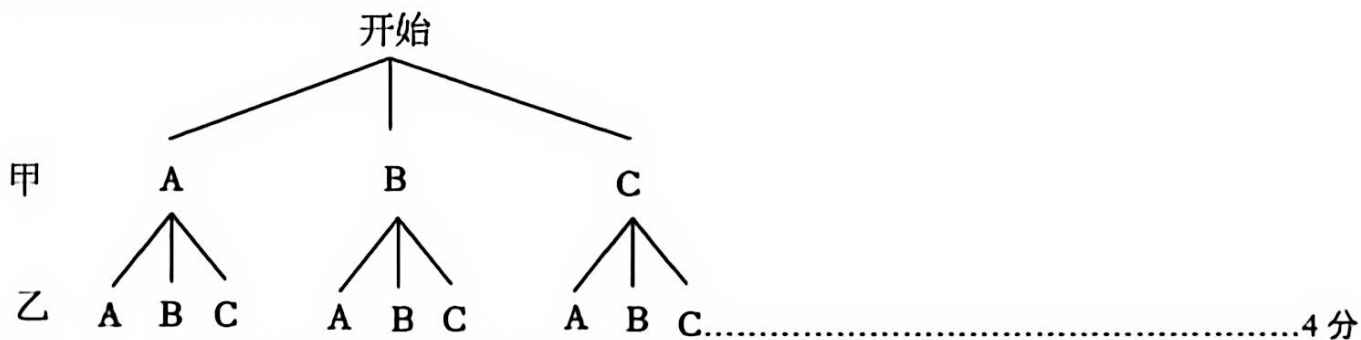
$\therefore \frac{36}{R} \leq 10$,

$\therefore R \geq 3.6$, 7 分

答：用电器可变电阻应控制在 3.6 以上的范围内.

18. 解: (1) $\frac{1}{3}$:2分

(2) 树状图如下所示:



由上可得, 共有 9 种等可能的结果, 分别为: $(A, A), (A, B), (A, C), (B, A), (B, B), (B, C), (C, A), (C, B), (C, C)$:5分

共有 9 种等可能的结果, 其中甲、乙两位新生分到同一个班的可能性有 3 种, 分别为: $(A, A), (B, B), (C, C)$:6分

\therefore 甲、乙两位同学分到同一个小组的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$8分

19. 解: (1) 15 m.2分

(2) “测角仪”方案: 由题意知: $CE \perp AB$ 于 F ,

$\because CD \perp BD, AB \perp BD,$

$\therefore \angle CDB = \angle DBE = \angle CEB = 90^\circ$

\therefore 四边形 $CDBE$ 是矩形,3分

$\therefore CE = BD = 17.5 \text{ m}, BE = CD = 1.8 \text{ m},$ 4分

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, $\angle ACE = 37^\circ,$

$\tan \angle ACE = \frac{AE}{CE}$ 5分

$\therefore AE = CE \cdot \tan 37^\circ \approx 17.5 \times 0.75 = 13.125(\text{m}),$ 6分

$\therefore AB = AE + BE = 13.125 + 1.8 \approx 15(\text{m}),$ 7分

答: 旗杆 AB 的高度约为 15 m;8分

20. 解: (1) 根据题意得, $y = x(30 - 2x) = -2x^2 + 30x (6 \leq x < 15)$:3分

(自变量取值范围没写不扣分)

(2) $\because y = -2x^2 + 30x = -2(x - \frac{15}{2})^2 + \frac{225}{2},$ 4分

$\because -2 < 0,$ 且 $6 \leq x < 15,$ 5分

\therefore 当 $x = 7.5$ 时, y 有最大值, $y_{\text{最大}} = \frac{225}{2},$ 7分

答: 当 x 的值是 7.5 时, 矩形菜地的面积最大, 最大面积是 $\frac{225}{2} \text{ m}^2$

21. (1) 证明: 如图 1, 连接 OD ,

$\because CD, \angle CED=45^\circ$

$\therefore \angle CED = \frac{1}{2} \angle COD$1 分

$\therefore \angle COD = 2\angle CED = 90^\circ$

$\because CO \parallel DF,$

$\therefore \angle ODF = \angle COD = 90^\circ$2 分

$\therefore OD \perp DF.$

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线.3 分

(2) 如图 2, 连接 $OD, OE,$

\because 点 E 是 AB 的中点,

$\therefore AE = BE.$

$\therefore \angle AOE = \angle BOE$4 分

$\because \angle AOE + \angle BOE = 180^\circ,$

$\therefore \angle AOE = \angle BOE = \angle ODF = 90^\circ.$

$\therefore \angle ODE + \angle FDG = \angle OED + \angle OGE = 90^\circ$

$\because OD = OE,$

$\therefore \angle ODE = \angle OED$

$\therefore \angle OGE = \angle GDF.$

$\because \angle OGE = \angle DGF,$

$\therefore \angle DGF = \angle GDF.$

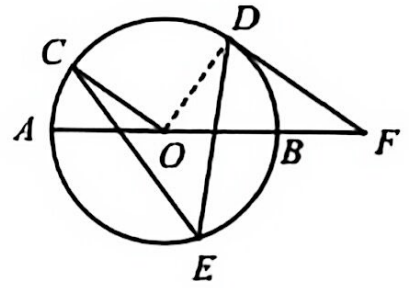
$\therefore DF = GF$6 分

在 $Rt\triangle ODF$ 中, 设 $DF=x$, 则 $OF=x+1, OD=3$,
根据勾股定理, 得

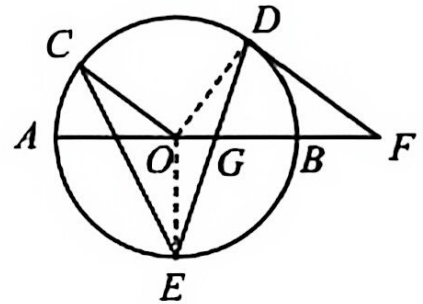
$$x^2 + 3^2 = (x+1)^2$$

解得 $x=4$

$\therefore DF=4$8 分



(第 21 题图 1)



(第 21 题图 2)

22. 解: (1) $y = -x^2 - 2x + 1 = -(x+1)^2 + 2$,

$\therefore G_1$ 顶点为 $(-1, 2)$ 1 分

令 $x=0$, 则 $y=1$, 当 $y=1$ 时, $-x^2 - 2x + 1 = 1$,

解得, $x_1 = -2, x_2 = 0$,

$\therefore AB = 0 - (-2) = 2$2 分

(2) 如图, $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3x + 1 = -\frac{3}{4}(x-2)^2 + 4$ 3分

∴ 抛物线 G_2 的对称轴为直线 $x = 2$,

∴ $PQ \parallel x$ 轴

∴ 点 P 与点 Q 关于直线 $x = 2$ 对称,

∴ $PQ = 2|m - 2|$ 5分

∴ 以 A, B, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形,

∴ $AB = PQ$

即 $2|m - 2| = 2$, 解得: $m_1 = 1, m_2 = 3$

∴ m 的值是 1 或 3: 8分

(3) ① 当点在抛物线 G_1 上时, 即 $m \leq 0$,

∴ 抛物线 G_1 的顶点为 $(-1, 2)$, A 点坐标为 $(0, 1)$,

∴ 图象 G 位于 P, A 两点之间部分 (包括 P, A 两点) 的最高点与最低点纵坐标之差为 3,

∴ 最高点是抛物线 G_1 的顶点为 $(-1, 2)$, 最低点纵坐标为 -1 ,

当 $y = -1$ 时, $-x^2 - 2x + 1 = -1$, 解得: $x_1 = -1 - \sqrt{3}, x_2 = -1 + \sqrt{3}$ (舍去)

∴ $m = -1 - \sqrt{3}$ 10分

② 当点 P 在抛物线 G_2 上时, 即 $m \geq 0$

∴ 抛物线 G_2 的顶点为 $(2, 4)$, A 点坐标为 $(0, 1)$, $4 - 1 = 3$,

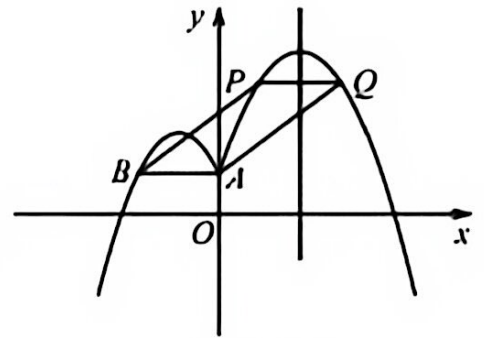
∴ 图象 G 位于 P, A 两点之间部分 (包括 P, A 两点) 的最高点与最低点纵坐标之差为 3,

∴ 最高点是抛物线 G_2 的顶点为 $(2, 4)$, 最低点纵坐标为 1,

当 $y = 1$ 时, $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 1 = 1$, 解得: $x_1 = 0, x_2 = 4$,

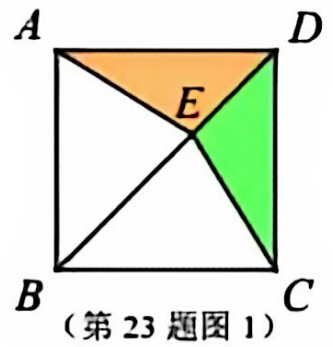
∴ $2 \leq m \leq 4$

综上所述, $m = -1 - \sqrt{3}$ 或 $2 \leq m \leq 4$

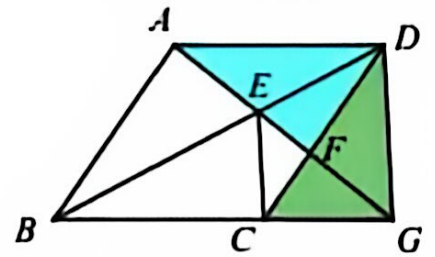


(第 22 题)

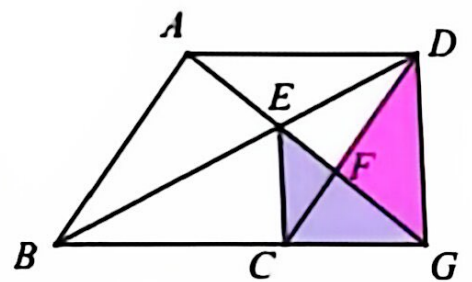
23. (1) 如图 1, \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore AB=AD=CD, \angle ADB=\angle CDB$2 分
 $\because DE=DE,$
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE$3 分
 (2) 如图 2, \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore AD=CD, \angle ADB=\angle CDB, AD \parallel BC$4 分
 $\because DE=DE$
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE$.
 $\therefore \angle DAE=\angle DCE$5 分
 $\because DG \parallel EC,$
 $\therefore \angle CDG=\angle ECD=\angle DAE$.
 $\because AD \parallel BC,$
 $\therefore \angle ADC=\angle DCG$.
 $\therefore \triangle ADF \cong \triangle DCG$
 $\therefore CG=DF$7 分



(第 23 题图 1)



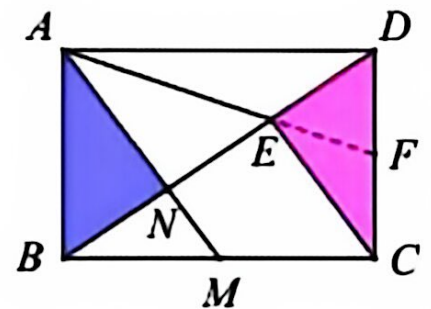
(第 23 题图 2)



(第 23 题图 3)

法二: 如图 3, 可以也可以通过证明 $\triangle DFG \cong \triangle GDE$.

(3) ①解: 如图 4, 延长 AE 与 CD 相交于点 F ,
 \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,
 $\therefore AB=CD=4, AD=BC=6$.
 $AB \parallel CD, AD \parallel BC, \angle ADC=90^\circ$.
 $\therefore \angle ABD=\angle BDC$
 $\because AM \parallel CE$
 $\therefore \angle MND=\angle CED$.
 $\because \angle ANB=\angle MND,$
 $\therefore \angle ANB=\angle CED$
 $\therefore \triangle ANB \cong \triangle CED$
 $\therefore BN=DE$8 分
 $\because AM \parallel CE,$
 $\therefore \frac{BM}{CM} = \frac{BN}{NF}$
 $\because M$ 是 BC 边中点,
 $\therefore BN=EN=DE$
 $\therefore BE=2DE$9 分
 $\because AB \parallel CD,$
 $\therefore \angle BAF=\angle BDF, \angle ABD=\angle BDC$.



(第 23 题图 4)

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FED$$

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{BE}{DE} = \frac{AB}{DF} = 2$$

$$\therefore AE = \frac{2}{3} AF, \quad DF = \frac{1}{2} AB = 2 \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $AF = \sqrt{AD^2 + DF^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$

$$\therefore AE = \frac{2}{3} AF = \frac{4\sqrt{10}}{3} \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} AE = 4\sqrt{10} \dots\dots\dots$$