

八年级数学

2025.7

(本试卷共 23 道题 满分 120 分 考试时间共 120 分钟)

注意：所有试题必须在答题卡上作答，在本试卷上作答无效。

第一部分 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 下列图形是中心对称图形的是



2. 下列方程中，是关于 x 的一元二次方程的是

A. $2x+1=0$

B. $2x^2+3x=3$

C. $x-y=4$

D. $\frac{1}{x}+x=1$

3. 点 $M(4, 3)$ 关于原点对称的点的坐标为

A. $(-4, 3)$

B. $(-4, -3)$

C. $(4, -3)$

D. $(-3, 4)$

4. 某校八年级甲、乙两班参加综合素质测试，两班的平均分相同，两班的方差如下：

$S^2_{\text{甲}}=16$, $S^2_{\text{乙}}=15$ ，则成绩较为稳定的班级为

A. 两班成绩一样稳定

B. 甲班

C. 乙班

D. 无法确定

5. 矩形具有而菱形不具有的性质是

A. 对角线相等

B. 对角线平分一组对角

C. 对角线互相平分

D. 对角线互相垂直且相等

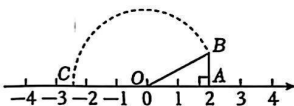
6. 如图，数轴上的点 O 表示的数是 0，点 A 表示的数是 2， $BA \perp OA$ ，垂足为 A ，且 $BA = 1$ ，以 O 为圆心， OB 长为半径画弧，交数轴于点 C ，点 C 表示的数为（ ）

A. $-\sqrt{5}$

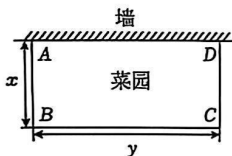
B. $\sqrt{5}$

C. $2+\sqrt{5}$

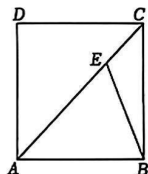
D. $2-\sqrt{5}$



(第 6 题图)



(第 7 题图)



(第 8 题图)

7. 用篱笆围成一个如图所示的长方形菜园，菜园的一边利用足够长的墙，用篱笆围成的另外三边总长度为 10 米。设 AB 边的长为 x 米， BC 边的长为 y 米，则 y 与 x 之间的函数关系式是

A. $y=10-x$

B. $y=5-2x$

C. $y=5-x$

D. $y=10-2x$

8. 如图，在正方形 $ABCD$ 对角线 AC 上取点 E ，使得 $AE=AB$ ，连接 BE ，则 $\angle CBE$ 的度数为

A. 20°

B. 22.5°

C. 25°

D. 30°

9. 直线 $y=-2x+b$ 过点 $A(1, y_1)$ 和点 $B(3, y_2)$ ，则 y_1 和 y_2 的大小关系是

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 < y_2$

C. $y_1 = y_2$

D. $y_1 \geq y_2$

10. 《九章算术》中记载：今有户不知高广，竿不知长短，横之不出四尺，纵之不出二尺，斜之适出，问户斜几何？意思是：今有门，不知其高宽，不知其长短。将一根竿子横放，竿比门宽长出 4 尺；竖放竿比门高长出 2 尺，斜着放，竿与门对角线恰恰相等。问门高、宽、对角线长分别是多少。若设门对角线长为 x 尺，则可列方程为

A. $(x-2)^2 + (x-4)^2 = 2x^2$

B. $(x-2)^2 + 4^2 = x^2$

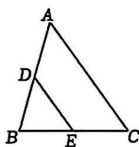
C. $(x-4)^2 + (x-2)^2 = x^2$

D. $(x-4)^2 + x^2 = (x-2)^2$

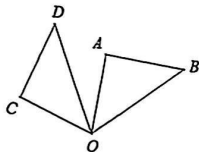
第二部分 非选择题（共 90 分）

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

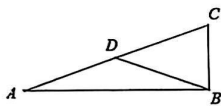
11. 如图，某公园有一块三角形空地 ABC ，点 D ， E 分别是 AB ， BC 的中点，沿 DE 放置一道栅栏把 $\triangle ABC$ 分成两个区域， $AC=6$ m，则栅栏 DE 的长为 _____ m.



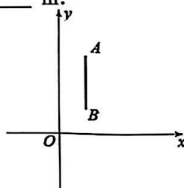
（第 11 题图）



（第 12 题图）



（第 14 题图）



（第 15 题图）

12. 如图，将 $\triangle OAB$ 绕点 O 逆时针旋转 75° 得到 $\triangle OCD$ ， $\angle AOB=45^\circ$ ，则 $\angle AOD$ = _____ $^\circ$.
13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x-c=0$ 有两个相等的实数根，则 c 的值为 _____ .
14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， BD 是斜边 AC 上的中线，若 $BD=3$ ， $CB=2$ ，则 AB 的长为 _____ .
15. 如图，线段 AB 两个端点的坐标分别为 $A(1, 3)$ ， $B(1, 1)$ ，若直线 $y=mx+m$ 与线段 AB 有交点，则 m 的取值范围为 _____ .

三、解答题（本题共 8 小题，共 75 分。解答应写出文字说明，演算步骤或推理过程）

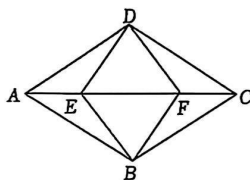
16. （10 分）

(1) 用配方法解方程： $x^2+2x-15=0$ ；

(2) 用公式法解方程： $4x^2-8x-1=0$ 。

17. (8分)

如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, E, F 是对角线 AC 上的两点, 且 $AE=CF$, 连接 BF, FD, DE, EB . 求证: 四边形 $DEBF$ 是菱形.



(第 17 题图)

18. (8分)

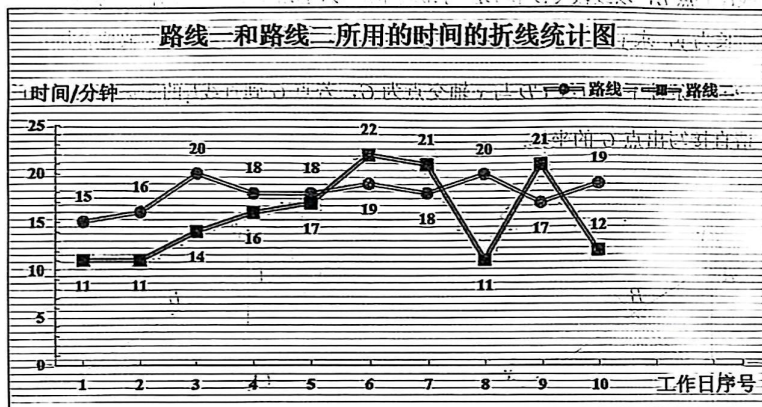
某电冰箱生产企业原生产一台电冰箱的能耗为 $300 \text{ kW}\cdot\text{h}$, 为了响应国家关于生产总能源消耗降低的号召, 该企业自 2022 年开始进行技术改革, 到 2024 年, 该企业生产一台电冰箱的能耗降低到 $243 \text{ kW}\cdot\text{h}$.

- (1) 求该企业从 2022 年到 2024 年生产一台电冰箱能耗的年平均降低率;
- (2) 若 2025 年该企业生产一台电冰箱能耗的平均降低率与前两年相同, 请计算 2025 年该企业生产一台电冰箱的能耗是多少?

19. (8分)

李老师早上到学校上班有两条路线，分别为路线一和路线二。为了解上班路上所用的时间情况，李老师记录了20个工作日的上班所用的时间(单位: min)，其中10个工作日走路线一，另外10个工作日走路线二。

【数据收集、整理与描述】



【数据分析】

	平均数	中位数	众数
路线一所用的时间		18	18
路线二所用的时间	15.6		11

根据以上信息，解答下列问题。

- (1) 哪条路线平均所用的时间少？请说明理由；
- (2) 求路线二所用时间的中位数；
- (3) 请你帮助李老师选择其中一条上班路线，并说明理由。

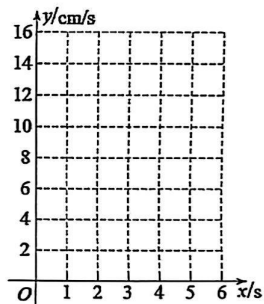
20. (8分)

在物理实验室中，小明和小华在探究“匀加速直线运动中速度和时间的关系”时，通过实验获得下面的一组数据（忽略相关阻力），其中 x 表示物体的运动时间（s）， y 表示对应时间点的运动速度（cm/s）。

运动时间 x (s)	0	1	2	3	4	...
运动速度 y (cm/s)	1	4	7	10	13	...

小组成员在直角坐标系中，根据表中各对数值描点 (x, y) ，发现 y 与 x 满足我们学过的一次函数关系，且 $x \geq 0$ 。

- (1) 画出函数图象，并求出 y 与 x 之间的函数关系式；
- (2) 若重新实验时，在相同的运动时间时，运动速度均比上表中增加了 4 cm/s，则重新实验时，该物体的运动速度在多少秒时能够达到 37 cm/s？

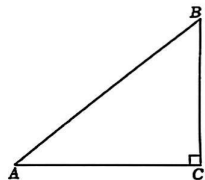


(第 20 题图)

21. (8分)

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，将 $Rt\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $Rt\triangle AB'C'$ ，使得点 C 的对应点 C' 恰好落在斜边 AB 上。

- (1) 用直尺和圆规作出 $\triangle AB'C'$ （不写作法，保留作图痕迹）；
- (2) 在 (1) 的条件下，连接 BB' ，若 $AB = 10$ ， $BC = 6$ ，求 BB' 的长。



(第 21 题图)

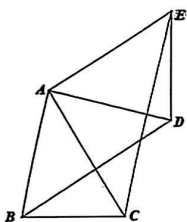
22. (12分)

如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADE$ ，点 B, C 的对应点分别为点 D, E ，连接 BD, CE 。

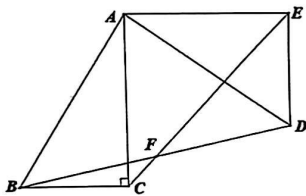
(1) 如图1，求证： $\angle ACB = \angle CED + 45^\circ$ ；

(2) 如图2，若 $\angle ACB = 90^\circ$ ， BD 与 CE 交点为 F ，猜想线段 CF, BC 和 EF 的数量关系，并说明理由；

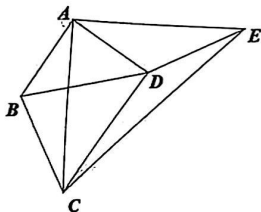
(3) 如图3，连接 CD ，若 $\angle BCD = 60^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ， $AC = \sqrt{42}$ ，求 CD 的长。



(第22题图1)



(第22题图2)



(第22题图3)

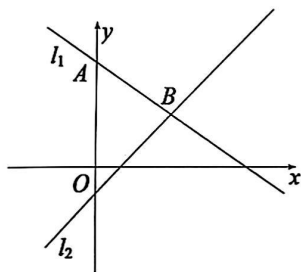
23. (13 分)

如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $l_1: y_1=kx+b$ 经过点 $A(0, 4)$ ，与直线 $l_2: y_2=x-1$ 交于点 B ，且点 B 的横坐标为 3.

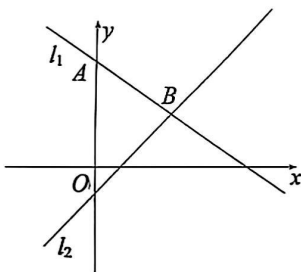
(1) 求直线 l_1 的解析式；

(2) 点 C 为直线 l_1 上一点，过点 C 作直线 $CD \perp x$ 轴，交直线 l_2 于点 D ，过点 D 作直线 $DE \perp y$ 轴，交直线 l_1 于点 E ，以线段 CD 和 DE 为邻边作矩形 $CDEF$ ，设点 C 的横坐标为 m ，矩形 $CDEF$ 的周长为 y ，求 y 与 m 之间的函数关系式，并直接写出自变量 m 的取值范围；

(3) 在 (2) 的条件下，直线 CD 与 x 轴交点为 G ，若点 G 到直线 l_1 的距离与到 y 轴的距离相等，请直接写出点 G 的坐标.



(第 23 题图)



(第 23 题备用图)

2024-2025 学年度第二学期期末质量检测

八年级数学答案

2025.07

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. A. 2. C. 3. C. 4. B. 5. D. 6. B. 7. D. 8. A. 9. C. 10. A.

第二部分 非选择题（共 90 分）

二、填空题（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11. 3. 12. 24. 13. 12. 14. $k > 2$. 15. ± 2 . (只对一个 2 分)

三、解答题（本题共 8 小题，共 75 分．解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

16. （本小题 10 分）

$$(1) x^2 + 6x + 4 = 0$$

解：∵ $a=1$, $b=6$, $c=4$,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 20 > 0. \text{-----1 分}$$

∴ 方程有两不相等实数根

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{20}}{2}, \text{-----3 分}$$

$$= -3 \pm \sqrt{5}. \text{-----4 分}$$

$$\therefore x_1 = -3 + \sqrt{5}, \quad x_2 = -3 - \sqrt{5}. \text{-----5 分}$$

$$(2) 3x(x-1) - 2(x-1) = 0$$

解：(x-1)(3x-2) = 0. -----3 分

$$\therefore x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{2}{3}. \text{-----5 分}$$

17. （本小题 9 分）

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD=BC$,

$AD \parallel BC$. -----2 分

$\therefore \angle ADE = \angle CBF$. -----3 分

$\because AE \perp BD$,

$CF \perp BD$,

$\therefore \angle AED = \angle CFB = 90^\circ$. -----4 分

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$.

$\therefore AE = CF$. -----5 分

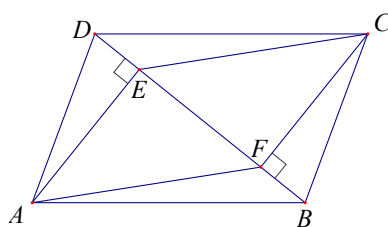
又 $\because AE \perp BD$,

$CF \perp BD$,

$\therefore \angle AEF = \angle CFE = 90^\circ$. -----6 分

$\therefore AE \parallel CF$. -----7 分

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是平行四边形. -----9 分



(第 17 题图)

18. (本小题 9 分)

$a=8.7$, $b=9$, $c=9$; -----3 分 (一个结论一分)

(2) 七年级更合适. -----4 分 (结论一分)

理由: 从平均数看, 两个年级是一样的; 从方差看, 七年级的比八年级的小, 七年级更稳定, 所以七年级更合适. -----6 分 (平均数一分, 方差一分)

(3) 方法一: $400 \times \frac{5}{20} + 500 \times \frac{5}{20} = 225$ (人), -----8 分

$\therefore$ 估计七、八年级该项体能测试成绩满分的共有 225 人. -----9 分

方法二: $900 \times \frac{10}{40} = 225$ (人) -----8 分

$\therefore$ 估计七、八年级该项体能测试成绩满分的共有 225 人. -----9 分

19. (本小题 8 分)

(1) 一次 -----1 分

描点正确 -----2 分

(2) 设 $w = kt + b$,

由题意得

$$\begin{cases} b = 10 \\ 10k + b = 40 \end{cases}, \text{ -----3 分}$$

解得 $\begin{cases} b=10 \\ k=3 \end{cases}$. -----4 分

$\therefore w = 3t + 10 \quad (t \geq 0)$. -----5 分 (没有取值范围不扣分, 写成 $y = 3x + 10$ 不扣)

(3) 方法一: $\because 24 \times 60 = 1440$ 分钟,

$\therefore w = 3 \times 1440 + 10$
 $= 4330$. -----6 分

$\therefore 4330 - 10 = 4320$, -----7 分

$\therefore$ 水龙头在这种漏水状态下 24 小时的漏水量为 4320 mL. -----8 分

(结果写成 4330, 答不扣分)

方法二: 由题意得

水龙头每分钟漏水 3 mL, -----6 分

$\therefore 3 \times 60 \times 24 = 4320$. -----7 分

$\therefore$ 水龙头在这种漏水状态下 24 小时的漏水量为 4320 mL. -----8 分

20. (本小题 8 分)

设切去的正方形边长为 x cm.

$\therefore (50 - 2x)(30 - 2x) = 300$. -----4 分

$\therefore x^2 - 40x + 300 = 0$. -----5 分

$\therefore x_1 = 10, x_2 = 30$. (舍去) -----7 分

$\therefore$ 切去的正方形边长为 10 cm. -----8 分

21. (本小题 8 分)

(1) 由题意 $\begin{cases} b=6 \\ 3k+b=0 \end{cases}$, -----1 分

解得 $\begin{cases} b=6 \\ k=-2 \end{cases}$. -----2 分

$\therefore y = -2x + 6$ -----3 分

(2) 过点 D 作 $DG \perp OB$ 于点 G ,

$\therefore \angle DGC = 90^\circ$.

$$\therefore \angle GDC + \angle DCG = 90^\circ.$$

$$\because \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO + \angle DCG = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle GDC = \angle ACO. \text{-----4 分}$$

$$\because \angle DGC = \angle ACO = 90^\circ,$$

$$AC = CD,$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle CGD. \text{----5 分}$$

$$\therefore CG = OA = 3.$$

$$OC = GD.$$

设 $C(0, t)$

$$\therefore D(t, t+3). \text{-----6 分}$$

$$\because \text{点 } D \text{ 在 } y = -2x + 6 \text{ 上}$$

$$\therefore t+3 = -2t+6.$$

$$\therefore t = 1. \text{-----7 分}$$

$$\therefore C(0, 1). \text{-----8 分}$$

22. (本小题 13 分)

(1)方法一: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle OAE = \angle OBF = 45^\circ,$$

$$OA = OB,$$

$$AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ. \text{-----1 分 (只要得出一个结论就给分)}$$

$\because$ 四边形 $A_1B_1C_1O$ 是正方形,

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ.$$

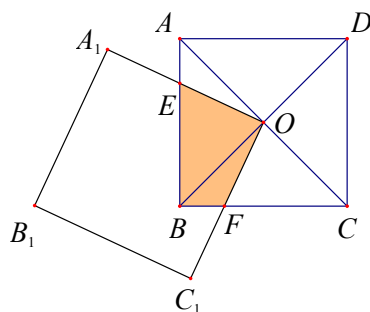
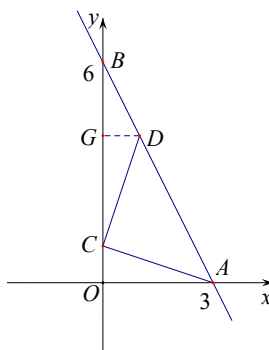
$$\therefore \angle AOB = \angle EOF.$$

$$\therefore \angle AOE = \angle BOF. \text{-----2 分}$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BOF.$$

$$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle BOF}. \text{-----3 分}$$

$$\because S_{\text{四边形 } OEBF} = S_{\triangle BOF} + S_{\triangle OEB},$$



$$\therefore S_{\text{四边形}OEBF} = S_{\triangle BOE} + S_{\triangle OEA} = S_{\triangle AOB}. \text{-----4 分}$$

$$\because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形}ABCD}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}OEBF} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形}ABCD}.$$

方法二：过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G ,

作 $OH \perp CB$ 于点 H ,

$$\therefore \angle OGB = \angle OHB = 90^\circ.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\angle ABD = \angle CBD = 45^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 $OGBH$ 是矩形,

$$OG = OH.$$

$\therefore$ 四边形 $OGBH$ 是正方形. -----1 分 (只要得出一个结论就给分)

$$\therefore \angle GOH = 90^\circ.$$

$\because$ 四边形 $A_1B_1C_1O$ 是正方形,

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle EOF = \angle GOH.$$

$$\therefore \angle EOG = \angle HOF.$$

$$\therefore \triangle EOG \cong \triangle HOF.$$

$$\therefore S_{\triangle GOE} = S_{\triangle HOF}. \text{-----2 分}$$

$$\therefore S_{\text{四边形}OEBF} = S_{\text{四边形}OGBF} + S_{\triangle OEG},$$

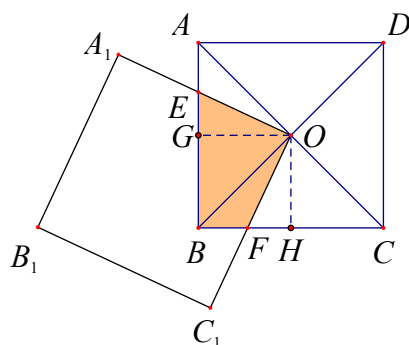
$$\therefore S_{\text{四边形}OEBF} = S_{\text{四边形}OGBF} + S_{\triangle HOF}$$

$$= S_{\text{正方形}OGBH}$$

$$= 2S_{\triangle OGB}. \text{-----3 分}$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形

$$\therefore OA = OB$$



$$\therefore BG = \frac{1}{2} AB$$

$$\therefore S_{\triangle GOB} = \frac{1}{2} S_{\triangle AOB}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形} OEBF} = 2S_{\triangle BOG} = S_{\triangle AOB}. \text{-----4 分}$$

$$\because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形} ABCD},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} BEOF} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形} ABCD}.$$

(2) 过点 M 作 $MG \perp AB$ 于点 G ,

作 $MH \perp CB$ 于点 H ,

$$\therefore \angle MGB = \angle MHB = 90^\circ.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = AD = 6,$$

$$\angle A = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\angle ABD = \angle CBD = 45^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 $MGBH$ 是矩形,

$$MG = MH.$$

$\therefore$ 四边形 $MGBH$ 是正方形.

$$\therefore \angle GMH = 90^\circ.$$

$$\because ME \perp MF,$$

$$\therefore \angle EMF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle EMF = \angle GMH.$$

$$\therefore \angle EMG = \angle HMF.$$

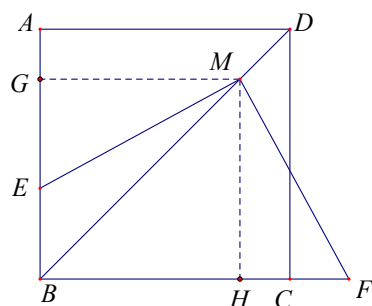
$$\therefore \triangle EMG \cong \triangle HMF.$$

$$\therefore S_{\triangle GME} = S_{\triangle HMF}. \text{----5 分 (只要得出一个结论就给分)}$$

$$\therefore S_{\text{四边形} MEBF} = S_{\text{四边形} MEBH} + S_{\triangle HMF},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} MEBF} = S_{\text{四边形} MEBH} + S_{\triangle GME}$$

$$= S_{\text{正方形} MGBH}. \text{-----6 分}$$



在 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中，由勾股定理得

$$\begin{aligned} BD &= \sqrt{AB^2 + AD^2} \\ &= 6\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\because DM = \sqrt{2},$$

$$\therefore BM = 5\sqrt{2}. \text{-----7 分}$$

$\because$ 四边形 $MGBH$ 是正方形，

$$\therefore BH = MH,$$

$$\angle BHM = 90^\circ.$$

$\therefore$ 由勾股定理得

$$BH = MH = 5.$$

$$\therefore S_{\text{正方形}MGBH} = 25.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}MEBF} = S_{\text{正方形}MGBH} = 25. \text{-----8 分}$$

(3) 方法一：过点 A 作 $AG \perp CD$ 于点 G ，

作 $AH \perp CB$ 于点 H ，

$$\therefore \angle AGC = \angle AHC = 90^\circ.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB = BC,$$

$$AB \parallel CD,$$

$$\angle ACB = \angle ACD.$$

$$\because AC = AC,$$

$$\therefore \triangle ACH \cong \triangle ACG.$$

$$\therefore S_{\triangle ACH} = S_{\triangle ACG},$$

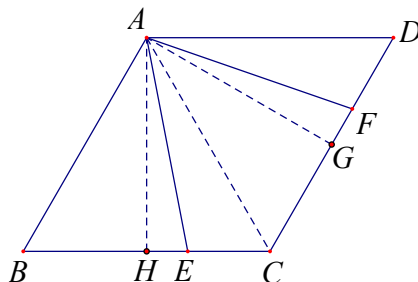
$$AH = AG.$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle B + \angle BCD = 180^\circ.$$

$$\because \angle EAF = \angle B,$$

$$\therefore \angle EAF + \angle BCD = 180^\circ.$$



$$\therefore \angle AEC + \angle AFC = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle AEC + \angle AEH = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEH = \angle AFG.$$

$$\text{又 } \therefore \angle AHE = \angle AGF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEH \cong \triangle AFG.$$

$$\therefore S_{\triangle AEH} = S_{\triangle AFG}. \text{-----9 分 (只要得出一个结论就给分)}$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = S_{\text{四边形}AECG} + S_{\triangle AFG},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = S_{\text{四边形}AECG} + S_{\triangle AEH}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = S_{\text{四边形}AHCG} = S_{\triangle ACH} + S_{\triangle ACG}$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = 2S_{\triangle ACH}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = \frac{1}{2} S_{\text{菱形}ABCD},$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{\text{菱形}ABCD},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = S_{\triangle ABC}.$$

$$\therefore S_{\triangle ACB} = 2S_{\triangle ACH}.$$

$$\therefore \frac{1}{2} BC \times AH = 2 \times \frac{1}{2} HC \times AH.$$

$$\therefore BC = 2HC. \text{-----10 分}$$

$$\therefore AB = AC.$$

$$\therefore AB = BC.$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等边三角形.}$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ. \text{-----11 分}$$

$$\therefore \text{设 } EC = a,$$

$$\therefore BE = 2EC = 2a.$$

$$\therefore AB = BC = 3a.$$

$$\therefore BH = \frac{1}{2} BC = \frac{3}{2} a.$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}a.$$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABH$ 中, 由勾股定理

$$\begin{aligned} AH &= \sqrt{AB^2 - BH^2} \\ &= \sqrt{(3a)^2 - \left(\frac{3}{2}a\right)^2} \\ &= \frac{3}{2}\sqrt{3}a. \text{-----12 分} \end{aligned}$$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle AEH$ 中, 由勾股定理

$$\begin{aligned} AE &= \sqrt{AH^2 - EH^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3}{2}\sqrt{3}a\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2} \\ &= \sqrt{7}a. \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{3}. \text{-----13 分}$$

方法二: 过点 A 作 $AG \perp CD$ 于点 G ,

作 $AH \perp CB$ 于点 H ,

$$\therefore \angle AGC = \angle AHC = 90^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AB = BC,$$

$$AB \parallel CD,$$

$$\angle ACB = \angle ACD,$$

$$\therefore AH = AG,$$

$$\angle B + \angle BCD = 180^\circ.$$

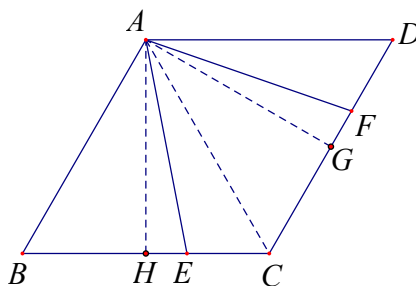
$$\therefore \angle EAF = \angle B,$$

$$\therefore \angle EAF + \angle BCD = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle AEC + \angle AFC = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle AEC + \angle AEB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEH = \angle AFG.$$



又 $\because \angle AHE = \angle AGF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle AFG$.

$\therefore AE = AF$. -----9 分 (只要得出一个结论就给分)

$$\because S_{\text{四边形}AECF} = \frac{1}{2} S_{\text{菱形}ABCD},$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} S_{\text{菱形}ABCD},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = S_{\triangle ABC}.$$

$$\because S_{\text{四边形}AECF} = S_{\triangle AEC} + S_{\triangle AFC},$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle AEC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AFC}.$$

$$\therefore \frac{1}{2} AH \times BE = \frac{1}{2} AG \times CF.$$

$$\therefore BE = CF, \text{-----10 分}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF.$$

$$\therefore \angle B = \angle ACF.$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB.$$

$$\therefore AB = AC = BC.$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle B = 60^\circ. \text{-----11 分}$$

$$\therefore \angle EAF = 60^\circ.$$

$\therefore \triangle AEF$ 等边三角形.

$$\therefore AE = EF.$$

过点 F 作 $FM \perp BC$ 交 BC 延长线于点 M ,

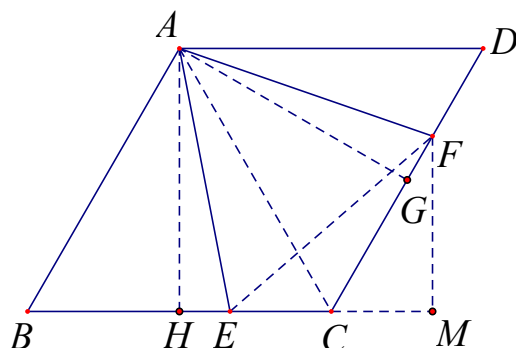
$\because$ 设 $EC = a$,

$$\therefore BE = 2EC = 2a.$$

$$\therefore CF = 2a.$$

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle FCM = \angle B = 60^\circ.$$



$$\therefore \angle CFM = 30^\circ.$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CF = a.$$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle FCM$ 中, 由勾股定理

$$\begin{aligned} MF &= \sqrt{CF^2 - CM^2} \\ &= \sqrt{(2a)^2 - a^2} \\ &= \sqrt{3}a. \text{-----12 分} \end{aligned}$$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle FEM$ 中, 由勾股定理

$$\begin{aligned} EF &= \sqrt{MF^2 + EM^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3}a)^2 + (2a)^2} \\ &= \sqrt{7}a. \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{3}. \text{-----13 分}$$

23. (本小题 10 分)

$$(1) y = -6x + 5. \text{-----1 分}$$

$$(2) \textcircled{1} A'(1, 4), B'(3, 0). \text{-----3 分 (每个一分)}$$

$$y = -2x + 6. \text{-----4 分}$$

$$\textcircled{2} y = 2x - 4. \text{-----5 分}$$

$$(3) \because y_1 = \frac{1}{2}x - n \quad (x \geq 0),$$

$\therefore$ 函数 y_1 与 y 轴交点为 $(0, -n)$, 与 x 轴交于点 $(2n, 0)$.

$\therefore$ 这两点关于 y 轴对称的对称点坐标分别为 $(0, -n)$, $(-2n, 0)$.

$\therefore$ 将其左平移 n 个单位, 再向上平移 $2n$ 单位得到对应点的坐标分别为 $(-n, n)$, $(-3n, 2n)$.

$$\therefore \text{函数 } y_2 \text{ 的解析式为 } y_2 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}n \quad (x \leq -n). \text{----6 分}$$

$$\therefore y_3 = \begin{cases} \frac{1}{2}x - n (x \geq 0) \\ -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}n (x \leq -n) \end{cases}.$$

当 $n+t \leq -n$ 时,

$$\therefore y_2 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}n \quad (x \leq -n),$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

$$\therefore \text{当 } x = n+t \text{ 时, } y_{\text{最小}} = n-4.$$

$$\therefore n-4 \geq n.$$

$\therefore$ 不合题意, 舍去-----7 分

当 $n-6 \geq 0$, 即 $n \geq 6$ 时

$$\therefore y_1 = \frac{1}{2}x - n \quad (x \geq 0)$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大

$$\therefore \text{当 } x = n-6 \text{ 时, } y_{\text{最小}} = n-4$$

$$\therefore n-4 = \frac{1}{2}(n-6) - n$$

$$\therefore n = \frac{2}{3} < 6$$

$\therefore$ 舍去-----8 分

$$\text{当 } \begin{cases} n-6 \leq -n \\ n+t \geq 0 \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} n \leq 3 \\ t \geq -n \end{cases} \text{ 时}$$

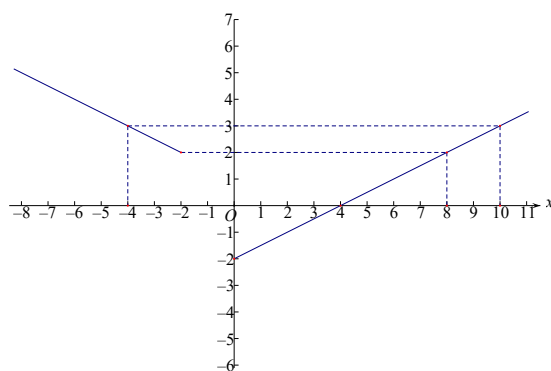
$\therefore$ 由图象知函数 y_3 最小值为 $-n$.

$$\therefore n-4 = -n.$$

$$\therefore n = 2. \text{-----7 分}$$

$$\therefore -2 \leq y_3 \leq 3,$$

$$-4 \leq x \leq 2+t,$$



$$y_3 = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 2 & (x \geq 0) \\ -\frac{1}{2}x + 1 & (x \leq -2) \end{cases},$$

$$t \geq -2.$$

$$\because \text{当 } x = -4 \text{ 时, } y_2 = -\frac{1}{2} \times (-4) + 1 = 3,$$

$$\text{当 } x = -2 \text{ 时, } y_2 = -\frac{1}{2} \times (-2) + 1 = 2,$$

$$\therefore \text{当 } y_1 = 3 \text{ 时, } 3 = \frac{1}{2}x - 2,$$

$$x = 10. \quad \text{-----9 分 (8 和 10 得出一个就给 1 分)}$$

$$\text{当 } y_1 = 2 \text{ 时, } 2 = \frac{1}{2}x - 2,$$

$$x = 8.$$

$$\therefore 8 \leq t + 2 \leq 10.$$

$$\therefore 6 \leq t \leq 8. \quad \text{-----10 分}$$